შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

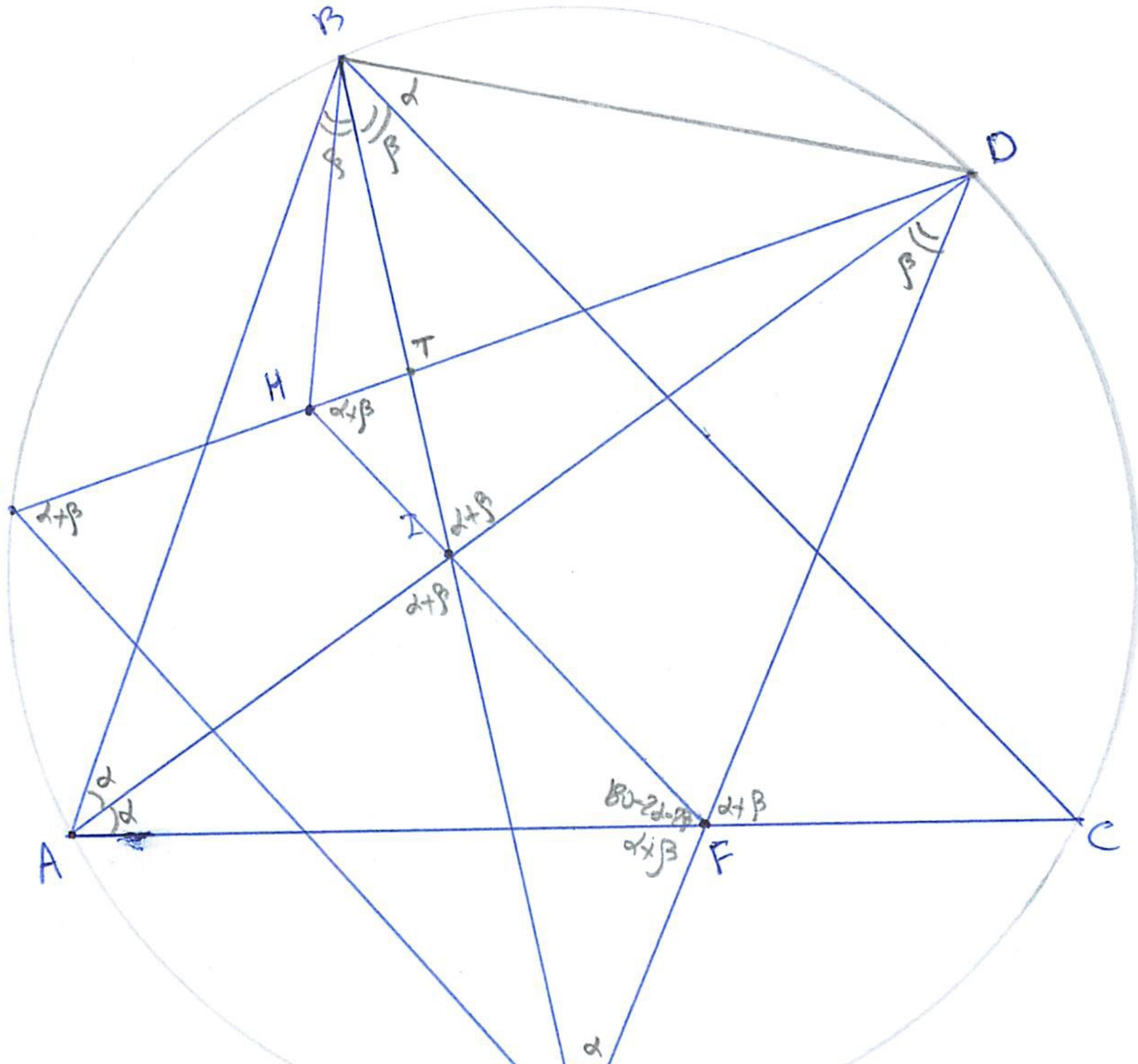
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 20

25.04.2015/ მათ/III/ 621

ამოცანა № 1

გვერდი № 1



BH არის $\triangle DFH$-ზე შემოხაზული წრეწირის მხები $\Leftrightarrow \angle BHD = \angle HFD$

1

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 20

25.04.2015/ მათ/III/ 621

ამოცანა № 1

გვერდი № 2

$\angle BAD = \angle DAC = \angle BED = \angle CBD \equiv \alpha$
$\angle ABE = \angle EBC = \angle ADE \equiv \beta$
$\Rightarrow \angle BID = \dfrac{\breve{BD} + \breve{AE}}{2} = \alpha + \beta$

$\angle DGE = \dfrac{\breve{DC} + \breve{CE}}{2} = \alpha + \beta$ და რადგან $HF \parallel GE$ $\angle DHF = \angle DGE = \alpha + \beta \Rightarrow DI$ არის $\triangle HTI$-ზე შემოხაზული წრეწირის მხები $(BE \cap GD \equiv T) \Rightarrow DI^2 = DT \cdot DH$

ამასთან, ვიცით, რომ $DI = DB = DC \Rightarrow DB^2 = DT \cdot DH \Rightarrow$

$\Rightarrow DB$ არის $\triangle BHT$-ზე შემოხაზული წრეწირის მხები $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BHT = \angle DBT = \alpha + \beta$.

$\angle IAF = \angle IEF = \alpha \Rightarrow \square AIFE$ ციკლურია $\Rightarrow \angle AFE = \alpha + \beta$ და

$\angle AFI = \angle AEI = \angle C = 180^\circ - 2\alpha - 2\beta \Rightarrow \angle HFD = 180^\circ - 180^\circ + 2\alpha + 2\beta - \alpha - \beta = \alpha + \beta \Rightarrow \angle BHD = \angle HFD = \alpha + \beta$ რ.დ.გ.

ამოცანა № 3 გვერდი № 1

ზოგადობის დაურღვევლად ვიგულისხმოთ რომ $x \geq y$ და ~~[illegible]~~
ცხადია რომ ამონახსნებში ც მივიღებთ სიმეტრიულ მნიშვნელ-
ობებს, ანუ x-ს და y-ს რომ ადგილები შევუცვალოთ ეგრე

$$7x^2-13xy+7y^2=(x-y+1)^3$$

$$\underbrace{x^3-y^3+3xy^2-3x^2y-4x^2-4y^2+7xy+3x-3y+1=0}$$

$\exists$ უ.ს.გ.$(x,y) \Rightarrow 1 \vdots$ უსგ$(x,y) \Rightarrow$ უსგ$(x,y)=1$.

$$(x-y)(x^2+xy+y^2)-3xy(x-y)-4(x-y)^2-xy+3(x-y)+1=0$$

$$(x-y)(x^2+y^2-2xy-4x+4y+3)=xy-1 \Rightarrow xy-1 \vdots (x-y)$$

$$(x-y)(x-y-1)(x-y-3)=xy-1$$

$$xy-1 \equiv -1 \pmod{x} \Rightarrow -y(-y-1)(-y-3) \equiv -1 \pmod{x}$$

$$y^3+4y^2+3 \equiv 1 \pmod{x}$$

განვიხილოთ თავდაპირველი განტოლება: თუ x და y ლუწია მაშინ
მარცხენა მხარე ლუწია, ხოლო მარჯვენა კენტი; თუ ერთ-
ერთი ლუწია და მეორე კენტი — მარცხენა მხარე კენტია და
მარჯვენა ლუწი, ანუ $x \not\vdots 2$ $y \not\vdots 2$

3

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 20

25.04.2015/ მათ/III/ 621

ამოცანა № 3

გვერდი № 2

$$(x-y)(x-y-1)(x-y-3)=xy-1$$

$$xy=\frac{(x+y)^2-(x-y)^2}{4}$$ ჩავსვათ ეს

$$(x-y)(4x^2+4y^2-8xy-15x+15y+12)=(x+y-2)\cdot(x+y+2)$$

$$(x-y)\left(4(x-y)^2-15(x-y)+12\right)=(x+y-2)(x+y+2)$$

$$(x+y-2)(x+y+2)\equiv(2y-2)(2y+2)\pmod{x-y}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow(2y-2)(2y+2)\ \vdots\ (x-y)$$

$$4(y-1)(y+1)\ \vdots\ x-y$$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 20

25.04.2015/ მათ/III/ 621

ამოცანა №

გვერდი №